

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $H(a) = \begin{pmatrix} 1 & \ln a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$, unde $a > 0$.

5p a) Să se calculeze $\det(H(a))$, $\forall a > 0$.

5p b) Să se arate că $H(a) \cdot H(b) = H(a \cdot b)$, $\forall a, b > 0$.

5p c) Să se calculeze determinantul matricei $H(1) + H(2) + H(3) + \dots + H(2009)$.

2. Pe mulțimea $G = (2, \infty)$ se consideră operația $x \circ y = xy - 2(x + y) + 6$.

5p a) Să se arate că $x \circ y = (x - 2)(y - 2) + 2$, $\forall x, y \in G$.

5p b) Să se demonstreze că $x \circ y \in G$, pentru $\forall x, y \in G$.

5p c) Să se arate că toate elementele mulțimii G sunt simetrizabile, în raport cu legea " \circ ".