

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$. Se notează $A^n = \underbrace{A \cdot \dots \cdot A}_{\text{de } n \text{ ori}}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se demonstreze că $A^2 = 3A$.

5p b) Să se calculeze $\det(A^{10})$.

5p c) Să se determine inversa matricei $B = A + I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Pe mulțimea $G = (0, \infty) \setminus \{1\}$ se consideră operația $x \circ y = x^{3 \ln y}$.

5p a) Să se determine mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x \circ e = 8$, unde e este baza logaritmului natural.

5p b) Să se demonstreze că $x \circ y \in G$, pentru $\forall x, y \in G$.

5p c) Să se arate că operația „ \circ ” este asociativă pe mulțimea G .