

SUBIECTUL II (30p)

1. În $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} 1+5x & -2x \\ 10x & 1-4x \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se calculeze $A(1) \cdot A(-1)$.

5p b) Să se arate că $(A(x))^2 = A((x+1)^2 - 1)$, pentru orice x real, unde $(A(x))^2 = (A(x)) \cdot (A(x))$.

5p c) Să se determine inversa matricei $A(1)$.

2. Fie mulțimea $G = \{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 - 3b^2 = 1\}$.

5p a) Să se verifice dacă 0 și 1 aparțin mulțimii G .

5p b) Să se demonstreze că pentru orice $x, y \in G$ avem $x \cdot y \in G$.

5p c) Să se arate că dacă $x \in G$, atunci $\frac{1}{x} \in G$.