

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = I_2 + A$. Se notează

$$X^n = \underbrace{X \cdot X \cdot \dots \cdot X}_{\text{de } n \text{ ori}}, \text{ unde } n \in \mathbb{N}^*.$$

5p a) Să se verifice că $A^2 = O_2$.

5p b) Să se calculeze inversa matricei B .

5p c) Să se determine $x \in \mathbb{R}$ pentru care $B^3 - B^2 = xA$.

2. Se consideră polinomul $f = X^4 - 2X^2 + 1$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se arate că polinomul f este divizibil cu $g = X^2 - 1$.

5p b) Să se calculeze produsul $S \cdot P$ unde $S = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ și $P = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$.

5p c) Să se calculeze suma $T = x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$.