

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} ax + 2y = 0 \\ 4x + y = 0 \end{cases}$ cu $a \in \mathbb{R}$ și $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ matricea sistemului. $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Se notează $A^2 = A \cdot A$.

5p a) Pentru $a = -1$ să se rezolve sistemul.

5p b) Să se verifice egalitatea $A^2 - (a+1)A + (a-8)I_2 = O_2$.

5p c) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ știind că matricea A verifică egalitatea $A^2 = 9I_2$.

2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție $x \circ y = x + y + 11$.

5p a) Să se arate că legea de compoziție „ \circ ” este asociativă.

5p b) Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de 6 ori } x} = 1$.

5p c) Să se demonstreze că (\mathbb{Z}, \circ) este grup comutativ.