

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ cu $x, y \in \mathbb{R}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $\det(A) = 0$.

5p b) Pentru $a = 3$ să se verifice că $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

5p c) Pentru $a = 3$ să se rezolve ecuația matricială $A \cdot X = B$.

2. Pe mulțimea $G = (-1, 1)$ se consideră legea de compoziție $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$.

5p a) Să se calculeze $\frac{1}{2} * \frac{1}{2}$.

5p b) Fie funcția $f : (-1, 1) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$. Să se verifice că $f(x * y) = f(x) \cdot f(y)$, pentru oricare $x, y \in G$.

5p c) Să se demonstreze că legea "*" este asociativă.