

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} a & a & a \\ a & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde $a \in \mathbb{R}$. Se notează $A^2 = A \cdot A$.

5p a) Pentru $a = 1$ să se calculeze matricea A^2 .

5p b) Să se calculeze $\det(A^2)$, $a \in \mathbb{R}$.

5p c) Să se demonstreze că $A^2 \neq I_3$, pentru orice $a \in \mathbb{R}$.

2. Pe mulțimea numerelor reale definim legile de compoziție $x * y = xy - 2x - 2y + 6$ și $x \circ y = xy - 3(x + y) + 12$.

5p a) Să se verifice că $(x * 2) - (3 \circ x) = -1$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

5p b) Știind că e_1 este elementul neutru în raport cu legea de compoziție „ $*$ ” și e_2 este elementul neutru în raport cu legea de compoziție „ \circ ”, să se calculeze $(e_1 * e_2) + (e_1 \circ e_2)$.

5p c) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + 1$. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $f(x * y) = f(x) \circ f(y)$, oricare $x, y \in \mathbb{R}$.