

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$ cu $a, b, c \in \mathbb{R}$.

5p a) Știind că $a = -1$, $b = 0$ și $c = 1$, să se calculeze determinantul Δ .

5p b) Să se arate că $\Delta = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$, $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$.

5p c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\begin{vmatrix} 2^x & 1 & 1 \\ 1 & 2^x & 1 \\ 1 & 1 & 2^x \end{vmatrix} = 0$.

2. Pe mulțimea \mathbb{Z} a numerelor întregi se consideră legile de compoziție $x * y = x + y + 3$, $x \circ y = ax + y - 3$, cu $a \in \mathbb{Z}$ și funcția $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = x + 6$.

5p a) Să se calculeze $(1 * 2) * (0 \circ 3)$.

5p b) Să se determine numărul întreg a pentru care legea de compoziție " \circ " este asociativă.

5p c) Pentru $a = 1$ să se arate că funcția f este morfism între grupurile $(\mathbb{Z}, *)$ și (\mathbb{Z}, \circ) .