

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 4 & -7 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p a) Să se calculeze A^2 , unde $A^2 = A \cdot A$.

5p b) Să se demonstreze că $(A + I_2)^{-1} = A - I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p c) Să se determine numerele reale x pentru care $\det(x^2 A) = x^2 \det(A)$.

2. Pe \mathbb{R} se consideră legea de compoziție $x * y = xy + 3x + ay + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât legea „ $*$ ” să fie comutativă.

5p b) Să se arate că pentru $a = 3$ și $b = 6$ legea „ $*$ ” admite element neutru.

5p c) Să se determine numerele reale a și b astfel încât $(-3) * x = -3$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.