

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea matricelor $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{N} \right\}$.

5p a) Pentru $A, B \in G$, să se demonstreze că $A + B \in G$.

5p b) Să se arate că matricea $C \in G$, obținută pentru $a = 5$ și $b = 3$, verifică relația $C^2 = 10C - 16I_2$, unde $C^2 = C \cdot C$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p c) Să se determine o matrice $D \in G$ care are proprietatea că $\det(D) = 2009$.

2. Se consideră polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f(X) = (X + 1)^{2009} - (X - 1)^{2009}$ care are forma algebrică $f = a_{2008}X^{2008} + a_{2007}X^{2007} + \dots + a_1X + a_0$.

5p a) Să se determine a_0 .

5p b) Să se arate că $f(1) + f(-1)$ este număr întreg par.

5p c) Să se determine numărul rădăcinilor reale ale polinomului f .