

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ ,  $f(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & 2x^2 + 2x \\ 0 & 1 & 4x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

5p a) Să se calculeze  $f(0) + f(1)$ .

5p b) Să se arate că  $f(1) \cdot f(-1) = I_3$  unde  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

5p c) Să se demonstreze că  $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ , oricare ar fi  $x, y \in \mathbb{R}$ .

2. Se consideră inelul  $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ , unde  $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$ .

5p a) Să se rezolve ecuația  $\hat{2}x + \hat{5} = \hat{1}$ , pentru  $x \in \mathbb{Z}_6$ .

5p b) Să se calculeze determinantul  $\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \end{vmatrix}$  în  $\mathbb{Z}_6$ .

5p c) Să se rezolve sistemul de ecuații  $\begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{4} \\ x + \hat{2}y = \hat{5} \end{cases}$ , unde  $x, y \in \mathbb{Z}_6$ .