

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Fie matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și mulțimea  $G = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid X^2 = -I_2\}$ , unde  $X^2 = X \cdot X$ .

5p a) Să se verifice că  $A \in G$ .

5p b) Să se demonstreze că  $\left(\frac{1}{2}(X + I_2)\right)^2 = \frac{1}{2}X$ , oricare ar fi  $X \in G$ .

5p c) Să se demonstreze că orice matrice pătratică de ordinul al doilea cu elemente numere reale pentru care avem  $A \cdot X = X \cdot A$  este de forma  $X = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ , unde  $x, y \in \mathbb{R}$ .

2. Se consideră polinomul  $f = X^4 + aX^3 + bX + c$ , cu  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

5p a) Pentru  $c = 501$  să se demonstreze că  $f(1) + f(-1) = 1004$ .

5p b) Pentru  $a = -2$ ,  $b = 2$  și  $c = -1$  să se determine rădăcinile reale ale polinomului  $f$ .

5p c) Să se demonstreze că nu există valori reale ale coeficienților  $a, b, c$  astfel încât polinomul  $f$  să se dividă cu polinomul  $g = X^3 - X$ .