

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și mulțimea  $G = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid X^2 = X\}$ , unde

$$X^2 = X \cdot X.$$

5p

a) Să se verifice că  $A \in G$ .

5p

b) Să se calculeze  $\det(A^3 - 2A^2 + A)$ , unde  $A^3 = A \cdot A \cdot A$ .

5p

c) Să se demonstreze că  $(2X - I_2)^2 = I_2$ , oricare ar fi  $X \in G$ .

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = xy - \sqrt{2009}(x + y) + 2009 + \sqrt{2009}$ .

5p

a) Să se arate că  $x * y = (x - \sqrt{2009})(y - \sqrt{2009}) + \sqrt{2009}$ , oricare ar fi  $x, y \in \mathbb{R}$ .

5p

b) Să se determine elementul neutru al legii de compoziție „\*”.

5p

c) Știind că legea de compoziție „\*” este asociativă, să se calculeze  $(-\sqrt{2009}) * (-\sqrt{2008}) * \dots * 0 * \dots * (\sqrt{2008}) * (\sqrt{2009})$ .