

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 7 & 5 \end{pmatrix}, I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Pentru $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ se notează $X^3 = X \cdot X \cdot X$.

5p a) Să se determine A^{-1} .

5p b) Să se rezolve ecuația matricială $A^3 \cdot X = I_3$, unde $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p c) Să se calculeze $(B - A)^3$.

2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție $x * y = 3xy + 7x + 7y + 14$.

5p a) Să se determine elementul neutru al legii " $*$ ".

5p b) Să se rezolve mulțimea numerelor întregi inecuația $x * x \leq -1$.

5p c) Să se demonstreze că legea de compoziție " $*$ " este asociativă.