

**SUBIECTUL II (30p)**

1. În mulțimea  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

**5p** a) Să se calculeze  $\det(A^2)$ , unde  $A^2 = A \cdot A$ .

**5p** b) Să se demonstreze că  $A^3 = 2^3 \begin{pmatrix} 14 & 13 \\ 13 & 14 \end{pmatrix}$ , unde  $A^3 = A^2 \cdot A$ .

**5p** c) Să se demonstreze că matricea  $A$  verifică egalitatea  $A^2 - 8A + 12I_2 = O_2$ .

2. Se consideră polinomul  $f \in \mathbb{Z}_6[X]$ ,  $f = X^3 + (\hat{2}a + \hat{1})X + a + \hat{4}$

**5p** a) Să se demonstreze că  $b^3 = b$ , oricare ar fi  $b \in \mathbb{Z}_6$ .

**5p** b) Să se determine  $a \in \mathbb{Z}_6$ , știind că  $f(\hat{2}) = \hat{0}$ .

**5p** c) Pentru  $a = \hat{2}$  să se rezolve ecuația  $f(x) = \hat{0}$ ,  $x \in \mathbb{Z}_6$ .