

SUBIECTUL II (30p)

- 5p** 1. a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} \sqrt{2009}-1 & -1 \\ 1 & \sqrt{2009}+1 \end{vmatrix}$.
- 5p** b) Să se calculeze valoarea determinantului $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2 & x_1 \end{vmatrix}$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 4x + 2 = 0$.
- 5p** c) Fie matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Să se arate că $A^3 + A^2 + A = O_3$, unde $A^2 = A \cdot A$ și $A^3 = A^2 \cdot A$.
- 2.** Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x \circ y = 2xy - 8x - 8y + 36$.
- 5p** a) Să se demonstreze că $x \circ y = 2(x-4)(y-4) + 4$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = 36$.
- 5p** c) Știind că operația „ \circ ” este asociativă, să se calculeze $\sqrt{1} \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{2009}$.