

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - e^{-x}$ .

5p a) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ .

5p b) Să se arate că funcția  $f$  este crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .

5p c) Să se calculeze  $S = g(0) + g(1) + \dots + g(2009)$ , unde  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f'(x) - f''(x)$ .

2. Se consideră funcțiile  $f, F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = xe^x$  și  $F(x) = (x-1)e^x$ .

5p a) Să se verifice că funcția  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .

5p b) Să se calculeze aria suprafeței plane determinate de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele  $x=0$  și  $x=1$ .

5p c) Să se demonstreze că  $\int_1^x \frac{f(t)f''(t) - (f'(t))^2}{f^2(t)} dt = \frac{x+1}{x} - 2$ , pentru orice  $x > 1$ .