

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{2 - \ln x}{2x\sqrt{x}}$, pentru orice $x \in (0; +\infty)$.

5p b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f .

5p c) Să se demonstreze că $3^{\sqrt{5}} \leq 5^{\sqrt{3}}$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} e \cdot e^x, & x \leq -1 \\ 2 + x, & x > -1 \end{cases}$.

5p a) Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

5p b) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției $g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$, $x \in [0, 2]$.

5p c) Să se calculeze $\int_{-2}^0 \frac{x f(x)}{e} dx$.