

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^{-x}$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se arate că f este descrescătoare pe $(-\infty, 0]$ și crescătoare pe $[0, +\infty)$.

5p c) Să se determine ecuația asimptotei oblice către $+\infty$ la graficul funcției f .

2. Se consideră funcția $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = (x+1)^3 - 3x^2 - 1$.

5p a) Să se calculeze $\int_0^1 g(x) dx$.

5p b) Să se determine numărul real $a > 1$ astfel încât $\int_1^a (g(x) - x^3) \cdot e^x dx = 6e^a$.

5p c) Să se calculeze $\int_0^1 (3x^2 + 3) \cdot g^{2009}(x) dx$.