

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^{2009} - 2009(x-1) - 1$ .

5p a) Să se calculeze  $f(0) + f'(0)$ .

5p b) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul  $A(1;0)$ .

5p c) Să se arate că funcția  $f$  este convexă pe  $[0; +\infty)$ .

2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + e^{-x}$ .

5p a) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x=0$  și  $x=1$ .

5p b) Folosind faptul că  $x^2 + e^{-x^2} \geq 1$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ , să se demonstreze că  $\int_0^1 e^{-x^2} dx \geq \frac{2}{3}$ .

5p c) Să se determine volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$ , a graficului funcției  $g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x) + f(-x)$ .