

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + x^2$.

5p

a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

5p

b) Să se demonstreze că funcția f nu are asimptotă către $+\infty$.

5p

c) Să se demonstreze că funcția f este convexă pe \mathbb{R} .

2. Se consideră funcția $f: [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(1 + \ln x)}$.

5p

a) Să se calculeze $\int_1^e f'(x) dx$.

5p

b) Să se arate că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $[1, +\infty)$.

5p

c) Să se determine numărul real $a \in (1, e^2)$ astfel încât aria suprafeței plane, determinate de graficul funcției f , axa Ox , dreptele de ecuații $x = a$ și $x = e^2$, să fie egală cu $\ln \frac{3}{2}$.