

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(ax^2 + bx + c)$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$.

5p a) Pentru $a = 1, b = c = 0$, să se calculeze $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

5p b) Să se verifice că $f'(0) - f(0) = b$.

5p c) Să se determine $a, b, c \in \mathbb{R}$ astfel încât $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$ și $f''(0) = 4$.

2. Se consideră integralele $I_n = \int_0^1 \frac{x^n + 1}{x + 1} dx$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se calculeze I_1 .

5p b) Folosind, eventual, faptul că $x^2 \leq x$ pentru orice $x \in [0, 1]$, să se demonstreze că $I_2 \leq I_1$.

5p c) Să se demonstreze că $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1} + 2\ln 2$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.