

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & x \geq 1 \\ -x^2 + x, & x < 1 \end{cases}$ .

5p a) Să se studieze continuitatea funcției  $f$  în punctul  $x_0 = 1$ .

5p b) Să se calculeze  $f'(0) + f'(2)$ .

5p c) Să se demonstreze că funcția  $f$  este concavă pe  $(-\infty; 1)$ .

2. Se consideră funcțiile  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^x}$  și  $g(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^x}$ .

5p a) Să se verifice că funcția  $g$  este o primitivă a funcției  $f$ .

5p b) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x)g(x) dx$ .

5p c) Să se demonstreze că  $\int_0^1 f'(x)g'(x)dx = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ .