

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

5p a) Să se calculeze $f'(e)$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ a graficului funcției f .

5p c) Să se demonstreze că $x^e \leq e^x$, pentru orice $x > 0$.

2. Se consideră funcția $f : [-4, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$.

5p a) Să se calculeze $\int_0^4 f^2(x) dx$.

5p b) Să se verifice că $\int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} \frac{x}{f(x)} dx = 0$.

5p c) Să se demonstreze că $0 \leq \int_0^m f(x) dx \leq 8$, oricare ar fi $m \in [0, 2]$.