

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcțiile $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_0(x) = e^{-x} - 1$ și $f_{n+1}(x) = f'_n(x)$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

5p a) Să determine $f_1(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $+\infty$ a graficului funcției f_0 .

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f_2(x) + x - 1}{x^2}$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x \sqrt{x^2 + 1}$.

5p a) Să se verifice că $\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x^2 + 1}} dx = e - 1$.

5p b) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = xe^{-x} f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.

5p c) Să se calculeze $\int_{-1}^1 \sqrt{x^2 + 1} \cdot f(x) dx$.