

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+1)^2 + (x-1)^2$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = 4x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

5p c) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$.

2. Se consideră funcția $f: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + \ln x$.

5p a) Știind că $g: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - \ln x$, să se verifice că $\int g(x) dx = g(x) + C$, $x > 0$.

5p b) Să se calculeze $\int_1^e f(x) dx$.

5p c) Să se demonstreze că $\int_1^e x f(x^2) dx = \frac{e^{e^2} + e^2 - e + 1}{2}$.