

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei oblice către $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Să se arate că $f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) \geq 8$, oricare ar fi $x > 1$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3^x + 3^{-x}$.

5p a) Să se calculeze $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

5p b) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3^{-x}$.

5p c) Să se arate că orice primitivă F a funcției f este concavă pe $(-\infty, 0]$ și convexă pe $[0, +\infty)$.