

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^x$ .

5p a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

5p b) Să se determine punctele de extrem ale funcției  $f$ .

5p c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \frac{f'(x)}{f(x)} - 1 \right)$ .

2. Se consideră funcțiile  $f, F: [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$  și  $F(x) = (x+1)\ln x - x + 1$ .

5p a) Să se arate că funcția  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .

5p b) Să se calculeze  $\int_1^2 f(e^x) dx$ .

5p c) Să se demonstreze că  $\int_1^2 f(x)F(x)dx = \frac{(3\ln 2 - 1)^2}{2}$ .