

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^4}{4} - \ln x$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, +\infty)$.

5p b) Să se determine punctul de extrem al funcției f .

5p c) Să se demonstreze că $\ln \sqrt{x} \leq \frac{x^2 - 1}{4}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.

2. Fie $I_n = \int_1^2 x^n e^x dx$, pentru $n \in \mathbb{N}$.

5p a) Să se calculeze I_0 .

5p b) Să se arate că $I_1 = e^2$.

5p c) Să se demonstreze că $(n+1)I_n + I_{n+1} = e(2^{n+1}e - 1)$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.