

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se demonstreze că $f(x) \geq 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p c) Să se scrie ecuația asimptotei oblice către $-\infty$ la graficul funcției f .

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + p$, unde $m, n, p \in \mathbb{R}$.

5p a) Pentru $m = 0$, $n = -3$, $p = 2$, să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

5p b) Să se determine $m, n, p \in \mathbb{R}$, știind că $f'(-1) = f'(1) = 0$ și $\int_{-1}^1 f(x) dx = 4$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4} \int_0^x f(t) dt$.