

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - x - 1$ .

5p a) Să se calculeze derivata funcției  $f$ .

5p b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției  $f$ .

5p c) Să se arate că  $e^{x^2} + e^x \geq x^2 + x + 2$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .

2. Se consideră funcțiile  $f, g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 + \ln x$  și  $g(x) = x \ln x$ .

5p a) Să se arate că  $g$  este o primitivă a funcției  $f$ .

5p b) Să se calculeze  $\int_1^e f(x) \cdot g(x) dx$ .

5p c) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției  $g$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x=1$  și  $x=e$ .