

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{e} \cdot e^x - 1, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$.

5p a) Să se studieze continuitatea funcției f în punctul $x_0 = 1$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Să se arate că funcția f este concavă pe $(1, +\infty)$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}$.

5p a) Să se determine $\int (x^2 + 1) \cdot f(x) dx$.

5p b) Să se verifice că $\int_0^1 f(x) dx = \ln(2e)$.

5p c) Să se arate că $\int_0^1 f'(x) \cdot e^{f(x)} dx = e(e - 1)$.