

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \frac{1}{e^x}$.

5p a) Să se calculeze $f(0) + f'(0)$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + f'(x)}{x}$.

5p c) Să se arate că funcția f este concavă pe \mathbb{R} .

2. Se consideră funcțiile $f, g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - x$, $g(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots + x^{2008} - x^{2009}$.

5p a) Să se determine mulțimea primitivelor funcției f .

5p b) Să se determine volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției f .

5p c) Să se arate că $\int_0^1 (x+1)g(x)dx < 1$.