

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{x} - 3x$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{3\sqrt{x} - 6}{2}$, pentru orice $x \in (0; +\infty)$.

5p b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f .

5p c) Să se demonstreze că $-4 \leq f(x) + f(x^2) \leq 0$, pentru orice $x \in (0; 1]$.

2. Se consideră funcțiile $f, F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 3x^2 + 2$ și $F(x) = e^x + x^3 + 2x - 1$.

5p a) Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f .

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) \cdot F(x) dx$.

5p c) Să se demonstreze că $\int_0^1 (xf(x) + F(x)) dx = F(1)$.