

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x - x + 1$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0; +\infty)$.

5p b) Să se determine punctul de extrem al funcției f .

5p c) Să se arate că $2 - e \leq f(2) \leq 0$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ -x+1, & x < 1 \end{cases}$.

5p a) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.

5p b) Să se determine $a \in (0,1)$ astfel încât $\int_{-a}^a f(x) dx = 1$.

5p c) Să se calculeze $\int_0^1 xf(e^x) dx$.