

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - \frac{1}{x^2}$ .

**5p** a) Să se calculeze  $f'(x)$ , pentru  $x \in (0, +\infty)$ .

**5p** b) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul  $A(1;0)$ .

**5p** c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{x}$ .

2. Se consideră funcțiile  $f, F : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$  și  $F(x) = x - \ln x$ .

**5p** a) Să se arate că funcția  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .

**5p** b) Să se calculeze  $\int_1^2 F(x) \cdot f(x) dx$ .

**5p** c) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției  $F$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x=1$  și  $x=e$ .