

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Fie funcția  $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ .

5p a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in (1; +\infty)$

5p b) Să se verifice că  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -1$ .

5p c) Să se arate că funcția  $f$  este descrescătoare pe intervalul  $(1, +\infty)$ .

2. Se consideră funcțiile  $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{x}$  și  $g(x) = \frac{1}{4} \cdot \ln x$ .

5p a) Să se arate că  $\int_1^4 f(x) dx = \ln 4 + 2$ .

5p b) Să se verifice că  $\int_1^4 g(x) dx = \ln 4 - \frac{3}{4}$ .

5p c) Să se calculeze  $\int_1^e f(x^2) \cdot g(x^2) dx$ .