

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + e^x$ .

5p a) Să se verifice că  $f'(0) = 1$ .

5p b) Să se arate că funcția  $f$  este convexă pe  $\mathbb{R}$ .

5p c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{e^x}$ .

2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - x$ .

5p a) Să se verifice că  $\int_0^1 f(x) dx = e - \frac{3}{2}$ .

5p b) Să se calculeze  $\int_0^1 xf(x) dx$ .

5p c) Să se arate că dacă  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  este o primitivă a funcției  $f$ , atunci  $\int_e^{e^2} \frac{f(\ln x)}{x} dx = F(2) - F(1)$ .