

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1, & x \in (0; 1) \\ 1 + \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$ .

**5p** a) Să se studieze continuitatea funcției  $f$  în punctul  $x_0 = 1$ .

**5p** b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ .

**5p** c) Să se arate că  $f(x) \geq \frac{3}{4}$ , pentru orice  $x > 0$ .

2. Se consideră funcțiile  $f, g : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$  și  $g(x) = x \ln x$ .

**5p** a) Să se verifice că  $\int_1^2 f(x) dx = 2 \ln 2 + \frac{7}{3}$ .

**5p** b) Să se arate că  $\int_1^2 g(x) dx = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$ .

**5p** c) Să se arate că există  $x_0 \in (1; 2)$  astfel încât  $f(x_0) > g(x_0) + 3$ .