

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x-2)\ln x$ .

5p a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in (0, \infty)$ .

5p b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ .

5p c) Să se arate că funcția  $f'$  este crescătoare pe  $(0, +\infty)$ .

2. Se consideră funcțiile  $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x} + \ln x$  și  $g(x) = \frac{\sqrt{x} + 2}{2x}$ .

5p a) Să se arate că funcția  $f$  este o primitivă a funcției  $g$ .

5p b) Să se calculeze  $\int_1^4 f(x) \cdot g(x) dx$ .

5p c) Să se demonstreze că  $\int_1^4 g(x) \cdot f''(x) dx = -1$ .