

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$ .

5p a) Să se studieze continuitatea funcției  $f$  în punctul  $x_0 = 1$ .

5p b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ .

5p c) Să se determine  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(e^x) + f(e^{x^2}) + \dots + f(e^{x^{2009}})}{x^{2009}}$ .

2. Se consideră funcțiile  $f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x + x^2 + 2x$  și  $F(x) = e^x + \frac{x^3}{3} + x^2 + 1$ .

5p a) Să se arate că funcția  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .

5p b) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .

5p c) Să se calculeze aria suprafeței plane mărginite de graficul funcției  $h: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$h(x) = \frac{f(x) - x^2 - 2x}{e^x + 1}, \text{ axa } Ox \text{ și dreptele de ecuații } x=0 \text{ și } x=1.$$