

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 3^x + 1, & x \leq 1 \\ ax + 2, & x > 1 \end{cases}$ .

**5p** a) Să se determine valoarea parametrului real  $a$  astfel încât funcția  $f$  să fie continuă în punctul  $x_0 = 1$ .

**5p** b) Să se determine ecuația asimptotei orizontale către  $-\infty$  la graficul funcției  $f$ .

**5p** c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow -\infty} ((f(x) - 1) \cdot x)$ .

2. Se consideră funcția  $F: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$ .

**5p** a) Să se determine funcția  $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  astfel încât funcția  $F$  să fie o primitivă pentru funcția  $f$ .

**5p** b) Să se demonstreze că funcția  $F$  este descrescătoare pe  $[0, +\infty)$ .

**5p** c) Să se demonstreze că  $\frac{1}{6} \leq \int_0^1 F(x) dx \leq \frac{1}{2}$ .