

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x - 1$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{f''(x)}$.

5p c) Să se arate că $e^{\sqrt{2009}} + \sqrt{2010} \leq e^{\sqrt{2010}} + \sqrt{2009}$.

2. Se consideră funcțiile $f, g: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3}{x+1}$ și $g(x) = f''(x)$.

5p a) Să se calculeze $\int_0^2 (x+1)f(x) dx$.

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 g(x) dx$.

5p c) Să se determine primitiva funcției g a cărei asimptotă spre $+\infty$ este dreapta de ecuație $y = 2x$.