

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - ex - 1$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se arate că funcția f este convexă pe \mathbb{R} .

5p c) Să se determine coordonatele punctului de intersecție dintre tangenta la graficul funcției f în punctul $O(0,0)$ și dreapta de ecuație $x = 1$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq 0 \\ x + \sqrt{x}, & x > 0 \end{cases}$.

5p a) Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

5p b) Să se calculeze $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

5p c) Să se demonstreze că dacă $\int_a^b f(x) dx = \int_b^c f(x) dx$, unde a, b, c sunt numere reale și funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o primitivă a funcției f , atunci numerele $F(a)$, $F(b)$, $F(c)$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.