

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln x$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, +\infty)$.

5p b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f .

5p c) Să se demonstreze că $\sqrt{x} \geq 1 + \ln \sqrt{x}$, oricare ar fi $x \in (0, +\infty)$.

5p 2. a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x (t^2 + t + 1) dt}{x^3 + 1}$.

5p b) Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2}$. Să se determine primitiva $F : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f , care verifică relația $F(1) = 0$.

5p c) Să se determine numărul real pozitiv a știind că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2$ este egal cu 5π .