

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$.

5p c) Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $+\infty$ la graficul funcției f .

2. Se consideră funcția $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x+1}$.

5p a) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

5p b) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției $h: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = f(x)$.

5p c) Să se arate că dacă, $a > 0$, atunci $\frac{1}{a+2} \leq \int_a^{a+1} f(x) dx \leq \frac{1}{a+1}$.