

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ .

5p a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

5p b) Să se determine punctele de extrem ale funcției  $f$ .

5p c) Să se demonstreze că  $f(x) + f(x^3) \geq -2$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .

2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2$ .

5p a) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .

5p b) Să se calculeze  $\int_0^1 e^x f(x) dx$ .

5p c) Să se determine numărul real  $p$  astfel încât volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$ , a graficului funcției  $h: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = f(px)$ , pentru orice  $x \in [0,1]$  să fie minim.