

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{x+2}, & x \geq 0 \\ x + \frac{3}{2}, & x < 0 \end{cases}$.

5p a) Să se studieze continuitatea funcției f în punctul $x_0 = 0$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Să se arate că $f(x) \in \left[\frac{3}{2}, 2\right)$, oricare ar fi $x \in [0; +\infty)$.

5p 2. a) Să se calculeze $\int_1^2 \frac{1}{x^2 + 2x} dx$.

5p b) Să se demonstreze că $\int_0^1 \frac{x}{x+1} dx \leq 1$.

5p c) Se consideră funcția $f: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$ și numerele reale pozitive a , b și c . Să se demonstreze că, dacă numerele $\int_1^a f(x) dx$, $\int_1^b f(x) dx$, $\int_1^c f(x) dx$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice, atunci numerele a , b , c sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.