

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ și $g(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$.

5p a) Să se calculeze $f'(x) - g'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$.

5p c) Să se demonstreze că $f(x) \geq 0$, oricare ar fi $x \in (0, +\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f, F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + \frac{x-1}{x}$ și $F(x) = e^x + x - \ln x$.

5p a) Să se demonstreze că funcția F este o primitivă pentru funcția f .

5p b) Să se calculeze $\int_1^2 x(F(x) - x + \ln x) dx$.

5p c) Să se determine parametrul real m astfel încât aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$ să fie egală cu $e^m - 2$.