

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 3x$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbb{R} .

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x^3}$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-2}, & x \in (-\infty, 1] \\ \ln x - 2, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$.

5p a) Să se demonstreze că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 (x-2)f(x)dx$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_1^x (f(t) + 2) dt$.